Richard Dedekind - Der Mensch und die Zahlen

Mehrtens, Herbert

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 33, 1982, S.19-33

Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Richard Dedekind – Der Mensch und die Zahlen[1])

Von **Herbert Mehrtens,** Berlin

Im wissenschaftlichen Nachlaß Richard Dedekinds findet sich ein kleiner Zettel[2]), auf dem folgendes notiert ist:

„Von allen Hilfsmitteln, welche der menschliche Geist zur Erleichterung seines Lebens, d.h. der Arbeit, in welcher das Denken besteht, bis jetzt erschaffen hat, ist keines so folgenreich und so untrennbar mit seiner innersten Natur verbunden, wie der Begriff der **Zahl**. Die Arithmetik, deren einziger Gegenstand dieser Begriff ist, ist schon jetzt eine Wissenschaft von unermesslicher Ausdehnung und es ist keinem Zweifel unterworfen, dass ihrer ferneren Entwicklung gar keine Schranken gesetzt sind; ebenso unermesslich ist das Feld ihrer Anwendung, weil jeder denkende Mensch, auch wenn er dies nicht deutlich fühlt, ein Zahlen-Mensch, ein Arithmetiker ist."

Richard Dedekind war gewiß nicht das, was man bei dem Wort „Zahlen-Mensch" assoziieren mag; er war kein staubtrockener Bürokrat einer leblosen Zahlenwelt. Aber in seinem mathematischen Werk ist er „Zahlen-Mensch": Die Zahlen waren der wesentliche Gegenstand seiner Arbeit, Anlaß jahrzehntelanger äußerster mathematischer Anstrengung. Er erschloß und strukturierte die Theorie der ganzen algebraischen Zahlen und gab neue mathematische Begründungen für die alten, vertrauten Zahlbereiche. Damit bildet seine Arbeit auch eine Wende im Verhältnis des Menschen zu seinen Zahlen. Der immer noch in gewisser Weise naive Begriff der Zahlen wurde in seiner Zeit reflektiert und kritisiert; als Objekte der Mathematik wurden sie neu konstruiert und streng gefaßt. Dedekind geht dabei von der Vorstellung aus, daß sich in den Zahlen die Grundzüge menschlichen Denkens ausdrücken.

Richard Dedekind gilt als „einer der ganz großen aus der Geschichte der Mathematik"[3]), einer der größten Zahlentheoretiker. Mit seinem Hauptwerk hat er die algebraische Zahlentheorie geformt und ihre Entwicklung tiefgreifend beeinflußt.

---

[1]) Text des Festvortrages beim akademischen Festakt der Technischen Universität Braunschweig anläßlich der 150. Wiederkehr des Geburtstages Richard Dedekinds, Braunschweig 6. Oktober 1981.

[2]) Nachlaß Richard Dedekind, Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Cod. Ms. Dedekind III, 2.

[3]) Jourdain, P.E.B., „Richard Dedekind (1833[sic!]–1916)", **Monist** 26 (1916), 415–427, Landau, E., „Richard Dedekind – Gedächtnisrede", **Nachrichten der Georg August Universität u. d. Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Gesch. Mitt.** 1917, 50–70. In einem wichtigen modernen Nachschlagewerke der Mathematik ist Dedekind einer von nur 31 Mathematikern, denen ein eigener Artikel gewidmet ist, **Encyclopedic Dictionary of Mathematics,** Cambridge, Mass. 1977.

Sein Einfluß wird allerdings auch kritisch gesehen. Ein historisch arbeitender Mathematiker hat kürzlich geschrieben[4]), daß die Dedekindsche Theorie deswegen nicht befriedigend sei, weil sie bis zum Dogmatismus philosophischen Prinzipien folge. Aber gerade darin liegt die Voraussetzung für Dedekinds historische Bedeutung. Er ist mit größter Zähigkeit und höchster methodischer Konsequenz den Fragen nachgegangen, was sind die Zahlen?, was sind ihre grundlegenden Strukturen? Die Begriffe, mit denen er diese Strukturen gefaßt hat, machen seinen bleibenden Beitrag zur Mathematik aus.

Es ist unmöglich, den Reichtum der Ergebnisse seiner Arbeit hier vorzustellen. Ich will versuchen, seine Fragen, seine Methodik, seine konsequente Verwirklichung methodischer Prinzipien, vor allen seine Stellung in der Geschichte der Mathematik anhand einiger Ausschnitte seines Werkes anzudeuten. Ebenso kann ich über sein Leben und seine Persönlichkeit nur wenig sagen. Dafür kann ich glücklicherweise auf die schöne Ausstellung verweisen, die Herr Harborth zusammengetragen hat, und auf die inhaltsreiche kleine Biographie im Katalog[5]).

Ich möchte Sie zudem um Nachsicht bitten, wenn es mir nicht immer gelingt, über das Werk eines modernen Mathematikers so zu sprechen, daß es zugleich für alle verständlich und für die Mathematiker nicht langweilig ist. Auch muß ich historisch und mathematisch auf manche Feinheit verzichten, um in Kürze das Bild zu skizzieren vom Werk eines großen Mathematikers an einer historischen Wende der Mathematik.

Ich will drei Grundmotive der Mathematik Dedekinds herausstellen, seine Auffassung der Zahlen und der mathematischen Begriffe als freie Schöpfungen des menschlichen Denkens, die Begriffsbildung als zentrales Moment der mathematischen Forschung und die Mengenbildung, „System"-Bildung, wie Dedekind sagt, als Methode zur Bildung neuer Begriffe.

Er schreibt: „Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel, um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer aufzufassen."[6])

Die Zahlen hält er „für einen unmittelbaren Ausfluß der reinen Denkgesetze", für „gänzlich unabhängig" von den „Anschauungen des Raumes und der Zeit"[7]).

Das Zentrum der Dynamik in der Entwicklung der Mathematik sind für ihn die Begriffe. Mit Gauss sagt er, daß mathematische Wahrheiten nicht aus Bezeichnungen, sondern aus Begriffen geschöpft werden[8]). Die Bezeichnungen, die Darstellungs-

---

[4]) Edwards, H. M., „The Genesis of Ideal Theory", **Arch. Hist. Exact Sci.** 23 (1980), 321–378, hier 321, 346 ff.

[5]) Gerke, K. und H. Harborth, „Zum Leben des Braunschweiger Mathematikers Richard Dedekind", **Brunswiek 1031 – Braunschweig 1981, Festschrift zur Ausstellung,** Braunschweig 1981, 657–694.

[6]) Dedekind, R., **Gesammelte mathematische Werke,** hg. von R. Fricke, E. Noether u. O. Ore, 3 Bde, Braunschweig 1930–32 (im folgenden zitiert als „Werke"), hier Bd. III, 335.

[7]) Ebd.

[8]) Werke II, 54.

formen sind zufällig, die Begriffe aber müssen die innersten Eigenschaften der Gegenstände erfassen.

„Die Einführung eines solchen Begriffs, als eines Motivs für die Gestaltung des Systems, ist gewissermaßen eine Hypothese, welche man an die Natur der Wissenschaft stellt; erst im weiteren Verlauf antwortet sie auf dieselbe; die größere oder geringere **Wirksamkeit** eines solchen Begriffes bestimmen seinen Wert oder Unwert.“[9])

An die Begriffe stellt er höchste Anforderungen, hier wird seine Prinzipientreue nahezu dogmatisch, darum aber historisch umso wirksamer. Die Liste der von Dedekind geschaffenen Begriffe bleibender Bedeutung ist lang, der Körperbegriff gehört dazu, der des Dedekindschen Schnittes und der Idealbegriff.

Seine Methode der Begriffsbildung ist im Wesen axiomatisch-mengentheoretisch und damit Grundlage der modernen Mathematik. Er sieht die „Schöpferkraft“ des menschlichen Geistes in der Fähigkeit:
„aus bestimmten Elementen ein neues Bestimmtes, ihr System zu erschaffen, das notwendig von jedem dieser Elemente verschieden ist.“[10])

Diesem Prinzip, der Systembildung, Mengenbildung als Mittel zur Schaffung und als Basis zur inneren Charakterisierung mathematischer Begriffe begegnen wir in seinem Werk an den entscheidenden Stellen immer wieder.

Für die Zeitgenossen gar nicht selbstverständlich war es, daß Dedekind dabei kurzerhand unendlich viele Elemente zu einem System zusammenfaßt, so einen neuen Begriff bildet, und dann mit diesem aktual-Unendlichen ganz ohne Bedenken umgeht. Ich muß noch hinzufügen, daß Dedekind vor allem algebraisch denkt. Das bedeutet, er schaut auf die Operationen wie das Addieren, Multiplizieren, Dividieren und orientiert sich an ihren Eigenschaften. So kommt er zu den modernen Begriffen der Algebra.

Die Elemente der Dedekindschen Mathematik, die ich herausgestellt habe, sind auch Motive der Mathematik des 19. und 20. Jahrhunderts insgesamt. In Dedekind kommen sie in sehr spezifischer Weise zusammen. Er wird damit zum systematisch denkenden Architekten einer neuen Landschaft der Mathematik, die bis zur Mitte des Jahrhunderts durch erste Pfade erschlossen war. Er rekonstruiert als Grundlagenforscher ein vertrautes Gebiet im neuen Geiste, das System der Zahlen. Und er konstruiert ein ganz neues Gebiet, die algebraische Zahlentheorie.

Heute sehen wir die Zahlen ganz selbstverständlich als ein hierarchisch gestuftes System, dessen Zusammenhänge und Strukturen streng bestimmt sind. Richard Dedekind hat diesen Aufbau als eine Folge von Schöpfungsakten des Denkens verstanden,

---

[9]) Werke III, 429 (Habilitationsvortrag 1854).

[10]) Werke III, 343 (Vorwort zur 3. Aufl. von „Was sind und was sollen die Zahlen“). Zur Dedekindschen Methode der Begriffsbildung vgl. Mehrtens, H., „Das Skelett der modernen Algebra – Zur Bildung mathematischer Begriffe bei Richard Dedekind“, in Scriba, C.J. (Hg.) **Disciplinae Novae. Zur Entstehung neuer Denk- und Arbeitsrichtungen in der Naturwissenschaft,** Göttingen 1979, 25–43.

und an wichtigen Stellen streng durchgeführt. Er hat eine mengentheoretische Begründung der natürlichen Zahlen veröffentlicht, „Was sind und was sollen die Zahlen"[11]). Es geht ihm hier darum, zu zeigen, daß die Zahlen nicht wie es den Anschein hat, durch eine innere Anschauung einfach gegeben sind, sondern aufgrund bestimmter Denkfähigkeiten erst erworben werden. Von solchen elementaren Denkoperationen ausgehend baut er die natürlichen Zahlen systematisch auf. Dedekinds Begründung ist Anfang unseres Jahrhunderts durch die Peano-Axiome ersetzt worden. Seine Schrift allerdings war ein bedeutender Beitrag zur entstehenden Mengentheorie und Grundlagenforschung.

Zur Schöpfung der negativen und damit der ganzen Zahlen finden sich Notizen in Dedekinds Nachlaß[12]). Den Übergang zu den rationalen Zahlen erwähnt er nur beiläufig. Bei diesen Schritten sind es nach Dedekind die „indirekten" Operationen, die auf die Neuschöpfung führen. Die direkten Operationen, Addition und Multiplikation, sind im Bereich der natürlichen Zahlen immer ausführbar, nicht immer aber ist das Ergebnis der Subtraktion oder der Division natürlicher Zahlen eine natürliche Zahl. Wollen wir diese Unvollkommenheit beseitigen, müssen wir die Begriffe der negativen Zahl, der Null, und der gebrochenen Zahl „schöpfen". Und so erhalten wir die erweiterten Systeme, in denen die gleichen Rechengesetze in neuer Vollständigkeit gelten. Schon in seiner Dissertation 1852 betont Dedekind, daß es in der Mathematik immer wieder die Unvollkommenheiten bei der Ausführung indirekter Operationen sind, die die Einführung neuer Begriffe erzwingen und so die fruchtbarsten Entwicklungen bringen[13]).

Wir haben bisher die vier arithmetischen Grundoperationen behandelt. Fügen wir als weitere algebraische Operation das Potenzieren hinzu, so sprengt die zugehörige indirekte Operation, das Wurzelziehen, wiederum das bisher erreichte System. Die Wurzel aus zwei ist nicht durch einen Bruch darzustellen, sie ist eine irrationale Zahl. Und die Wurzel aus einer negativen Zahl ist imaginär; wir gelangen so zu den komplexen Zahlen. Aber: mit solchen algebraischen Erweiterungen kommen wir nicht mehr auf das ganze System der reellen oder komplexen Zahlen. Wir erhalten nur einen Teil, die sogenannten algebraischen Zahlen. Oberhalb der rationalen Zahlen spaltet sich die Mathematik sozusagen auf. Zu dem was der Algebra zugänglich ist, kommt ein geometrisch-analytisches Element. Der Schritt von den rationalen zu den reellen Zahlen, mit denen alle Punkte der Zahlengeraden erfaßt werden, führt im Wortsinn auf eine neue Stufe des Unendlichen. Diesen Übergang hat Dedekind in seiner Arbeit „Stetigkeit und irrationale Zahlen"[14]) behandelt. Ich werde das Problem und die Lösung im folgenden näher erläutern und historisch einordnen. Danach werde ich Wurzeln und Entwicklung der Theorie der ganzen algebraischen Zahlen und den Idealbegriff behandeln.

[11]) Vgl. Anm. 6.
[12]) Cod. Ms. Dedekind III, 4 (Anm. 2).
[13]) Werke I, 1.
[14]) **Stetigkeit und Irrationale Zahlen** (1872), Werke III, 315–334.

Die Entwicklung des Zahlensystems ist natürlich historisch nicht so gradlinig und logisch verlaufen wie in der Dedekindschen Rekonstruktion. Die Griechen, die die wissenschaftliche Mathematik schufen, kannten im Grunde nur die natürlichen Zahlen und ihre Verhältnisse, das heißt die positiven rationalen Zahlen. Daneben standen die geometrischen Größen, die, über das Bild der Zahlengraden vermittelt, unseren rellen Zahlen entsprechen. Unser Zahlensystem mit der Dezimalschreibweise und dem mathematischen Überbau der komplexen Zahlen entstand langsam seit dem Ausgang des Mittelalters. Indisch-arabischer Einfluß, mathematische Reflexion und die Bedürfnisse des Handels und Finanzwesens spielten dabei ihre Rolle. Als Dedekind seine Arbeit zur Begründung der reellen Zahlen veröffentlichte, wurde ihm vorgehalten, daß er doch die Lösung der Griechen nur in neuen Worten wiederhole[15]). Er hält dagegen, daß die Lösung der Griechen die Zahlen mit Größenverhältnissen identifiziert und sich damit auf die unsichere Basis der geometrischen Anschauung beruft[16]).

Was haben die Griechen, von denen ich gesagt habe, daß sie kein entwickeltes Zahlensystem besaßen, denn nun getan? Der frühesten großen mathematischen Schule der Griechen, den Pythagoräern, galt das Motto „Alles ist Zahl", und das heißt natürliche Zahl. Das Studium der Zahlen und ihrer Verhältnisse war Philosophie, Ontologie. Es sollte Einblick geben in die Grundstrukturen des Seins. Im fünften vorchristlichen Jahrhundert wurde aber eine Entdeckung gemacht, die ein Skandal war für diese Philosophie. Man fand, daß die Seite und die Diagonale des Quadrates kein gemeinsames Maß hatten. Man besaß ein Verfahren, mit dem man für zwei gegebene Strecken in endlich vielen Schritten den Maßstab finden konnte, der beide Strecken ohne Rest ausmißt. So kam man zu einem rationalen Zahlenverhältnis. Am Quadrat aber bricht dies Verfahren nicht ab, man kann es unendlich lange fortsetzen, ohne den Maßstab zu finden. Das Verhältnis ist irrational, ist nicht „Zahl" im Sinne der Pythagoräer. Im Sinne Dedekinds wäre jetzt eine Erweiterung des Zahlenbegriffs fällig gewesen, die dieses neue, geometrische Unendlich einfängt. Aber die philosophischen Bindungen der Griechen führten auf einen anderen Weg. Größen und Zahlen wurden strikt getrennt, die Geometrie als Wissenschaft der Größen war nun die wahre Mathematik, Algebra und Zahlentheorie wurden vernachlässigt. Und Eudoxos entwickelte eine Theorie der Größenverhältnisse, die irrationale Verhältnisse einschloß. Diese Theorie ist der Dedekinds eng verwandt, aber sie ist eben keine Theorie der reellen Zahlen, sondern eine Größenlehre.

Die Trennung zwischen Größen und Zahlen schliff sich schon im arabischen Mittelalter ab, beide Begriffe wurden synonym gebraucht. Das Problem aber, daß die Grundlage in der Geometrie zu suchen ist, blieb unbearbeitet und weitgehend auch ungesehen. Im 19. Jahrhundert wurden auch die Grundlagen der euklidischen Geo-

---

[15]) Vgl. Dedekinds Briefwechsel mit Lipschitz, Werke III, 464–481, ergänzt bei Dugac, P., **Richard Dedekind et les fondements des mathématiques**, Paris 1976, 215–220.

[16]) Auch in der Arbeit selbst, vgl. Werke III, 321 f., vgl. auch Mehrtens (Anm. 10), 29 f.

metrie in Zweifel gezogen. Um so mehr Anlaß, die Begründung des reellen Zahlensystems als Grundlage der wichtigsten Teile der Mathematik neu zu bedenken.

Dedekind stand mit seinem Versuch, die reellen Zahlen streng zu begründen, nicht allein, seine Lösung allerdings ist einzigartig. Er geht aus von den Eigenschaften der rationalen Zahlen und vergleicht sie dann mit der geraden Linie. Diese, stellt er fest, ist unendlich viel reicher an „Punktindividuen“ als das Gebiet der rationalen Zahlen an „Zahlenindividuen“[17]). Es gilt also, das Instrument der rationalen Zahlen so zu verfeinern

„durch eine Schöpfung von neuen Zahlen der Art, daß das Gebiet der Zahlen dieselbe Vollständigkeit oder, wie wir gleich sagen wollen, dieselbe **Stetigkeit** gewinnt wie die gerade Linie.“[18])

Die Grundidee ist, daß die Linie sich an jedem Punkt in zwei Hälften teilen läßt. Das gleiche können wir mit den rationalen Zahlen tun, die sich ja auf der Zahlengeraden anordnen lassen, nur daß da Lücken bleiben. Jede solche Teilung der rationalen Zahlen nennt er einen „Schnitt“. Für jede rationale Zahl gibt es einen Schnitt, darüberhinaus aber Schnitte, die keiner rationalen Zahl entsprechen. Man überträgt nun das Rechnen mit Zahlen auf die Schnitte. Statt mit der Zahl zu rechnen, die einen Schnitt erzeugt, rechne ich mit allen Zahlen, die kleiner sind als diese Zahl, zugleich. Ich will das nicht ausführen, aber hier ist ein charakteristischer Trick der Algebra, das Operieren mit einzelnen Elementen wird auf ganze Klassen solcher Elemente übertragen. So kann man auch mit Schnitten rechnen, zu denen keine Zahl existiert. Wenn nun nachgewiesen ist, daß die Rechengesetze gelten und daß die Menge der Schnitte dieselbe Stetigkeit hat wie die gerade Linie, kann Dedekind die Schnitte als den neuen Zahlbereich definieren. Jeder Schnitt wird mit einer Zahl identifiziert. So ist durch die Konstruktion die Existenz der irrationalen Zahlen gesichert. Der Vergleich mit der Linie diente nur als Hilfskonstruktion, die Anschauung hat keine begründende Funktion mehr.

Hier sehen wir also Dedekinds Philosophie und Methode. Er will die Berufung auf die Anschauung ausschalten, streng mathematisch konstruierend die Begriffe erschaffen. Der schöpferische Schritt von gegebenen wohlbestimmten Elementen zu ihrem System wird hier mehrfach vollzogen. Von den rationalen Zahlen geht er über zu ihrem System. Daraus entstehen durch die Teilungen des Systems neue wohlbestimmte Elemente, die Schnitte. Und die werden schließlich wieder zum System zusammengefaßt, sie ergeben das System der reellen Zahlen. Das Problem, daß in der Konstruktion sozusagen ein zweites Unendlich eingefangen werden muß, wird in der doppelten Systembildung gelöst. Das System der rationalen Zahlen ist ein erstes, ein abzählbares Unendlich. Die Menge der Schnitte in diesem System führt uns eine Stufe der Unendlichkeit weiter, in das Kontinuum. Diese Begriffe stammen übrigens nicht von Dedekind, sie sind Teil der Mengentheorie, die von Dedekinds Freund und Kol-

[17]) Werke III, 321.
[18]) Werke III, 322.

legen Georg Cantor, zeitweilig in enger Zusammenarbeit mit Dedekind geschaffen wurde[19]).

Ich komme nun zur Theorie der ganzen algebraischen Zahlen[20]). Dedekind selbst hat darauf hingewiesen, daß der Grundbegriff seiner algebraischen Zahlentheorie, das „Ideal", dem des Schnitts verwandt ist. Der Aufgabe, eine einheitliche Theorie der ganzen algebraischen Zahlen aufzubauen, die sich aus sicheren und klar definierten Grundbegriffen entfaltet, hat sich Dedekind 1856 zugewandt[21]). Erst 1871 veröffentlichte er die Theorie als Anhang zur zweiten Auflage der von ihm herausgegebenen Vorlesungen über Zahlentheorie seines Lehrers Dirichlet[22]). Die dritte Auflage brachte eine breitere, neue Fassung des Anhangs, die vierte Auflage 1894 dann das endgültige berühmte „XI. Supplement". Aber Dedekind arbeitete weiter bis kurz vor seinem Tode an einer fünften Auflage. Der Gegenstand hat ihn sein Leben lang begleitet. Er betont immer wieder, wie viel Arbeit ihn diese Theorie gekostet hat:

„Obgleich damals das zu erreichende Ziel stets klar vor mir lag, so ist es mir doch erst nach wirklich unsäglichen Anstrengungen gelungen, Schritt für Schritt vorwärts zu kommen (...). Ich hatte fortwährend das Gefühl, an einer Leiter zu hängen mit der Furcht, dass es mir nicht mehr gelingen würde die folgende Sprosse zu erreichen..."[23])

Um anzudeuten, worum es geht, muß ich wieder ein wenig historisch ausholen. Die Zahlentheorie der Pythagoräer ist uns in einigen Büchern von Euklids Elementen überliefert. Es ist im wesentlichen die Theorie der Teilbarkeit der natürlichen Zahlen. Die Primzahlen werden definiert, die sich durch keine Zahl außer der Eins ohne Rest teilen lassen, und es wird bewiesen, daß es unendlich viele solcher Primzahlen gibt. Bei Euklid findet sich auch ein Äquivalent zum zentralen Satz von der eindeutigen Primfaktorzerlegung. Der besagt, daß sich jede natürliche Zahl eindeutig als ein Produkt von Primzahlen bzw. Primzahlpotenzen darstellen läßt. Diesen Satz auf der höheren Ebene der algebraischen Zahlen zu beweisen, war das Ziel Dedekinds. Mit Hilfe des Idealbegriffs ist es ihm gelungen, und so kann dieser Satz in gewisser Weise als Symbol des mathematischen Schaffens von Richard Dedekind stehen.

Der Weg dorthin läßt sich am roten Faden eines zahlentheoretischen Problems andeuten. Der Satz des Pythagoras hat ein zahlentheoretisches Äquivalent: Gibt es ganze Zahlen, für die die Gleichung

$$a^2 + b^2 = c^2$$

---

19) **Briefwechsel Cantor–Dedekind,** hg. von E. Noether u. J. Cavaillès, Paris 1937, Ergänzungen bei Dugac (Anm. 15), 223–262, vgl. auch Grattan-Guinness, I., „The Rediscovery of the Cantor–Dedekind Correspondence", **Jber. DMV** 76 (1974), 104–139.

20) Vgl. dazu vor allem Edwards (Anm. 4), für den weiteren Zusammenhang Novy, L., **Origins of Modern Algebra,** Prag 1976.

21) Werke I, 110.

22) Lejeune-Dirichlet, P. G., **Vorlesungen über Zahlentheorie,** hg. und mit Zusätzen versehen von R. Dedekind, Braunschweig, 2. Aufl. 1871, 3. Aufl. 1879, 4. Aufl., 1894, repr. New York 1968.

23) Werke III, 466.

gilt? Schon die Babylonier hatten vor den Griechen die Lösung in Form von Tafeln solcher Zahlentripel.

a	b	c
3	4	5
6	8	10
7	24	25
8	15	17

Bei den Griechen ist es nach dem Abbruch der algebraischen Tradition erst wieder Diophant im dritten Jahrhundert, der solche Art Aufgaben systematisch behandelt. Von hier führt die Tradition in die frühe Neuzeit. Pierre Fermat schrieb seine berühmte Vermutung an den Rand seiner Diophant-Ausgabe. Er behauptete, daß die verallgemeinerte Gleichung

$$a^n + b^n = c^n$$

nicht in ganzen Zahlen zu lösen ist, wenn n größer als zwei ist. Der wunderbare Beweis, den er zu besitzen behauptete und den er nur nicht niederschrieb, weil der Rand des Buches nicht genügend Platz bot, ist bis heute nicht gefunden. Das Problem aber hat dazu geführt, daß immer neue Hilfsmittel ersonnen wurden. Eines dieser Hilfsmittel sind die ganzen algebraischen Zahlen.

Die komplexen Zahlen mit den imaginären Wurzeln aus negativen Zahlen wurden systematisch eingeführt, als sie als Hilfsmittel zum Lösen algebraischer Gleichungen unentbehrlich wurden. Sie verbreiten sich rasch in der Mathematik, blieben aber imaginär im Wortsinn; den Mathematikern waren sie bis zum 19. Jahrhundert eingebildete, fingierte Größen ohne reale Existenz, mit einem Wort von Leibniz „eine Art Amphibium zwischen Sein und Nichtsein“[24]). Auch in der Zahlentheorie waren sie Hilfsmittel. Und weil es hier um ganze Zahlen ging, waren es auch komplexe Zahlen mit ganzen Koeffizienten, die benutzt wurden. Das sind von Gauß so genannte ganze komplexe Zahlen. Wie die vertrauten ganzen Zahlen sind sie in sich geschlossen mit den Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation. Ähnlich wie das imaginäre $i = \sqrt{-1}$ als Lösung der algebraischen Gleichung $x^2 = -1$ zusammen mit den ganzen Zahlen den Bereich der ganzen komplexen Zahlen hervorbringt, erzeugen andere Probleme andere solche Bereiche, die ebenfalls algebraisch in sich geschlossen sind.

Ein Anlaß, solche Bereiche ganzer algebraischer Zahlen systematisch zu untersuchen, d.h. ihre Teilbarkeitsverhältnisse zu bestimmen und die Zerlegbarkeit in Primelemente zu untersuchen, gibt die Fermatsche Vermutung. Die Gleichung läßt sich nämlich zerlegen in ein Produkt

$$a^n + b^n = (a+b)\,(a+rb)\,(a+r^2b)\ldots(a+r^{n-1}b)$$

wobei der Faktor r durch eine algebraische Gleichung bestimmt ist, nämlich $r^{n-1} + r^{n-2} + \ldots + r + 1 = 0$. Wenn nun für die Bereiche der ganzen algebraischen Zahlen, die

[24]) Gericke, H., **Geschichte des Zahlbegriffs,** Mannheim 1970, 67.

hier auftreten, der Satz von der eindeutigen Primfaktorenzerlegung gilt, könnte man die Fermatsche Vermutung beweisen. Grund genug also, die Zahlentheorie dieser Bereiche zu studieren[25]).

Wir sind jetzt fast bei Dedekind, aber ich muß zuvor noch eine Grundvoraussetzung seiner Arbeit betonen. Bis gegen 1800 waren die imaginären Zahlen etwas irreales. Erst dann findet Gauß die Zahlenebene als ein „materielles Substrat" dieser Zahlen. Und, das ist entscheidend, er sagt, daß allein die Möglichkeit, ein solches Substrat anzugeben, ausreicht, die komplexen Zahlen als gleichberechtigte Gegenstände der Mathematik anzuerkennen. Will man eine abgerundete, schöne mathematische Theorie, kann man darauf nicht verzichten[26]). Und hier liegt der Wandel. Die mathematische Theorie ist der Bezugspunkt, nicht mehr die natürlich gegebenen Objekte der Mathematik wie Zahlen, meßbare Größen und der Anschauungsraum. Dieser Wandel spielt sich überall in der Mathematik ab. Erst jetzt wird das freie Schöpfen der mathematischen Begriffe möglich. Eine Theorie ist mit ihren Begriffen dann akzeptabel, wenn sie sich logisch-mathematisch absichern läßt. Von solchen Prinzipien geht Dedekind aus. Daher auch seine Bemühung, Anschauung aus den Grundlagen zu vertreiben, daher seine Freiheit in der Begriffsbildung.

Wir sollten auch nicht vergessen, daß sich dies in der Zeit der industriellen und politischen Revolutionen abspielt. Die neu strukturierte bürgerliche Gesellschaft schuf der Wissenschaft einen neuen Status, in dem sie sich autonom entfalten konnte. Nicht zufällig kommt die Autonomie des wissenschaftlichen Denkens dazu, die Ablösung von philosophischen und theologischen Bedingungen, in der Mathematik die Trennung von der über eine ideale Anschauung vermittelten natürlichen Welt. So wurde aus der Mathematik der Zahlen, der meßbaren Größe und des natürlichen Raumes die Mathematik der Strukturen und Begriffe. Auch wenn im Grundlagenstreit des 20. Jahrhunderts um den Bezug der Mathematik zur Wirklichkeit debattiert wurde, blieb diese Freiheit der Methodik vorherrschend.

Ernst Eduard Kummer, 19 Jahre älter als Dedekind, studierte jene Bereiche ganzer algebraischer Zahlen, die für die Fermatgleichung interessant waren. Nachdem er die Methoden der klassischen Zahlentheorie auf mehrere solcher Bereiche übertragen konnte, stieß er auf einen Fall, in dem der Satz von der eindeutigen Primfaktorzerlegung nicht mehr gilt. Hier lassen sich plötzlich ganze Zahlen auf mehrere Arten als Primzahlprodukte darstellen. Wir haben also wieder den Fall, daß eine Theorie durch ein mathematisches Phänomen gesprengt wird. Im Sinne Dedekinds ist die Schlußfolgerung klar. Ein neuer Begriff muß gebildet werden, um hier Ordnung zu schaffen. Kummer gelang es, durch den Begriff der „idealen Faktoren" den Zerlegungssatz zu retten. Der erhoffte Beweis der Fermatschen Vermutung war nicht zu

---

25) Es geht hier nicht um mathematische oder historische Genauigkeit. Natürlich spielen andere Probleme und andere Teilgebiete der Mathematik auch ihre Rolle, vgl. Novy (Anm. 20) und Edwards, H. M., **Fermat's Last Theorem. A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory,** New York 1977.

26) Gericke (Anm. 24), 77 f.

retten. Die algebraische Zahlentheorie war jedoch inzwischen selbständig geworden. Aber nicht alle Bereiche ganzer algebraischer Zahlen waren untersucht, Ordnung war damit noch nicht so recht geschaffen. Auch wenn der Weg durch die Idee der idealen Faktoren vorgezeichnet war.

Richard Dedekind und Leopold Kronecker machten sich daran, die allgemeine Theorie aller Bereiche ganzer algebraischer Zahlen zu entwickeln. Das Programm war klar. Dedekind schreibt:
„... es kann sich meiner Ansicht nach nur um die Art der **Begründung**, d.h. um die Einführung derjenigen Begriffe handeln, die wirklich zu diesem Ziele führen; mir wenigstens ist dieses Ziel, die Herstellung der allgemeinen Gesetze der Teilbarkeit der ganzen algebraischen Zahlen von Anfang an (...) klar gewesen."[27])

Dedekind untersucht die algebraischen Strukturen, bringt sie auf Begriffe und kommt so auf die gewünschte strenge, ausnahmslose Theorie. Kronecker, sein Konkurrent, dagegen geht konstruktiv-rechnerisch vor, er ist viel mehr Zahlentheoretiker, während Dedekind im Grunde die moderne Algebra vorbereitet[28]).

Der erste Schritt Dedekinds ist eine klare Definition der ganzen algebraischen Zahlen. Der zweite wird durch den Begriff des Körpers ermöglicht. Ein Körper ist ein Gebilde, das gegen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division abgeschlossen ist. Die rationalen Zahlen bilden den kleinsten, die komplexen den größten Zahlenkörper. Das ist Dedekinds Definition. Weil er im Rahmen der komplexen Zahlen arbeitet, hat er größere Abstraktheit gar nicht nötig. Zu jedem in sich geschlossenen Bereich ganzer algebraischer Zahlen gehört ein entsprechender Körper, der diesen Bereich umfaßt. So wird die Vielfalt der Bereiche ganzer algebraischer Zahlen durch das System der algebraischen Körper zwischen rationalen und komplexen Zahlen strukturiert. Wieder ist also ein sehr kraftvoller Begriff durch Systembildung geschaffen worden[29]).

Um jetzt die Teilbarkeitstheorie für die ganzen Zahlen dieser algebraischen Zahlkörper zu entwickeln, führt Dedekind den Begriff des Ideals ein. Kummer hatte die Teilbarkeit durch ideale Faktoren definiert, nicht die idealen Faktoren selbst. Dedekind kritisiert diese Art der Definition[30]). Und er betrachtet statt des idealen Faktors das System aller Zahlen, die durch einen solchen Faktor teilbar sind. Damit hat er ja alles erfaßt, was Kummers Begriff enthält. Also wieder der Schritt zum System, zum Begriff. Statt der Zahlen, ob ideal oder real, nimmt man die Menge aller ihrer Vielfachen, ihr Ideal. Man kann sich das an den natürlichen Zahlen veranschaulichen. Wenn ich sage, sechs ist durch zwei teilbar, so ist das das Gleiche wie die Aussage, alle Vielfachen von sechs sind auch Vielfache von zwei, oder noch mehr im Sinne der Idealtheorie: die Menge der Vielfachen von 6 ist in der Menge der Vielfachen von 2

---

27) Dugac (Anm. 15), 160 f.

28) Zum Verhältnis Dedekind–Kronecker vgl. Edwards (Anm. 4), besonders 368–372, und Purkert, W., **Die Entwicklung des Körperbegriffs,** Diss. Leipzig 1972, 97–103.

29) Zur Geschichte des Körperbegriffs vgl. Purkert (Anm. 28).

30) Am klarsten in der französischen Fassung der Theorie (1877), Werke III, 268 ff.

enthalten. Wie beim Dedekindschen Schnitt kann man nun das Rechnen mit Zahlen auf ein Rechnen mit Idealen übertragen. Die Zahlentheorie wird zur Idealtheorie. Und so geht Dedekind vor, er gibt scharfe Definitionen seiner Begriffe, geht ganz selbstverständlich mit unendlichen Mengen um und gibt sich größte Mühe, die Sätze der Theorie aus den inneren Eigenschaften der Begriffe herzuleiten. Schließlich kann er den Satz von der eindeutigen Primfaktorzerlegung allgemein beweisen:

„Jedes von $\mathfrak{o}$ (dem Ideal aller ganzen Zahlen des Körpers) verschiedene Ideal ist entweder ein Primideal, oder es läßt sich, und zwar nur auf eine einzige Weise, als ein Produkt von Primidealen darstellen.“[31])

$$\mathfrak{a} = \mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2 \mathfrak{p}_3 \ldots \mathfrak{p}_n, \text{ oder}$$
$$\mathfrak{a} = \mathfrak{p}_1^{e_1} \mathfrak{p}_2^{e_2} \mathfrak{p}_3^{e_3} \ldots .$$

Zu Anfang schien es, als würden nur Dedekind und Kronecker gegenseitig ihre Arbeiten lesen. Aber trotz der Mühen, die die Zeitgenossen mit der Abstraktheit der Dedekindschen Mathematik hatten, war seine Theorie am Ende des Jahrhunderts wohlbekannt. Die Bezeichnungen „Ideal“ und „Hauptideal“ haben viele Mathematiker aber bis heute als befremdlich empfunden. Ein bedeutender Idealtheoretiker, Wolfgang Krull, allerdings sah die Sache aus einem anderen Aspekt. Für ihn sind die Ideale „Gebilde, die einem – vom mathematischen Standpunkt aus gesehen – ästhetischen Ideal ihre Einführung verdanken“. Und er fügt hinzu:

„Daß im übrigen zu mindestens bei **Dedekind** der ästhetische Standpunkt eine sehr große Rolle spielte, ergibt sich aus dem einen Umstand, daß er den von ihm gefundenen Hauptsatz der allgemeinen Idealtheorie jahrelang nicht veröffentlichte, trotzdem er einen logisch vollkommen einwandfreien Beweis besaß. Aber dieser Beweis schien ihm nicht durchsichtig genug, er genügte seinen ästhetischen Forderungen nicht.“[32]).

Diese ästhetische Deutung hat ihre Berechtigung, denn Dedekinds methodische Prinzipien führen zu einem einheitlichen Stil seiner mathematischen Arbeit. Es ist der Stil der modernen Algebra.

Der Schritt zur modernen Algebra, der in den ersten Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts vollzogen wurde, lag in der Ablösung der Begriffe und Strukturen von den Zahlen. Körper und Ideale bestehen jetzt aus nicht näher bestimmten Elementen mit Operationen, deren Eigenschaften axiomatisch festgelegt werden. Die algebraischen Zahlkörper sind dann spezielle Fälle dieser abstrakten Begriffe. Dedekind selbst hat diesen Schritt vorbereitet und an verschiedenen Stellen auch vollzogen. Die Ablösung des Idealbegriffs von den Zahlen vollzieht er, als er zusammen mit Heinrich Weber die Begriffe der Idealtheorie auf die ganzen algebraischen Funktionen überträgt[33]). Und zur vollen Abstraktion kommt er im Begriff der „Dualgruppe“, heute

[31]) Werke III, 128 f.

[32]) Krull, W., „Über die ästhetische Betrachtungsweise in der Mathematik“, **Sitzungsber. d. Phys. Med. Sozietät Erlangen** 61 (1929), 207–220, hier 217.

[33]) „Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen“ (1882), Werke I, 238–349.

Verband genannt, die er um 1900 in zwei Arbeiten behandelt[34]). Dieser Begriff bezeichnet wiederum eine algebraische Struktur mit gewissen Operationen.

Allerdings sind die wohlbestimmten Elemente nicht Zahlen, sondern selbst Körper, Ideale, ja eigenschaftslose Mengen. Es ist sozusagen ein Begriff auf einer noch höheren Stufe. Die Verschiedenheit der möglichen Elemente von Verbänden führt dazu, daß Dedekind in völliger methodischer Sicherheit diese Struktur ganz abstrakt behandelt.

Diese beiden Arbeiten blieben unbeachtet. Sie wurden erst dreißig Jahre später wiederentdeckt, als all die abstrakt algebraischen Entwicklungen, die in Dedekinds Theorie enthalten sind, sich allgemein verbreitet hatten. Es war dies die Blütezeit der modernen Algebra. Der führende Kopf war Emmy Noether in Göttingen. Sie pflegte zu sagen, „Es steht alles schon bei Dedekind“[35]). Unter anderem aufgrund ihrer Vorlesungen schrieb B.L. van der Warden sein Lehrbuch „Moderne Algebra“, das 1930/1931 erschien und heute ein Klassiker der Disziplin ist[36]).

Die algebraische Zahlentheorie im engeren Sinne ist nicht direkt dem Weg Dedekinds gefolgt. Der berühmte „Zahlbericht“[37]) von Hilbert 1897 war schon eine Synthese aus dem Werk Kroneckers und Dedekinds, wesentlich erweitert durch Hilbert selbst. Hieran knüpfte alle weitere Entwicklung.

Eine andere Frage ist die nach der Entwicklung der Grundlagenfoschung, nach dem Schicksal von Dedekinds Philosophie der Mathematik. Die mengentheoretische Basis der Mathematik setzte sich rasch und gründlich durch. Dedekinds Gedanke von der Verankerung in elementaren Denkgesetzen wurde als Psychologismus verworfen. An seine Stelle trat die Absicherung der Grundlagen durch formale Axiomatik. Diese Lösung hatte Dedekind in gewissem Sinne selbst mit vorbereitet. Der bedenkenlose Umgang mit unendlichen Mengen führte in der Mengenlehre selbst auf Widersprüche, entzündete einen Grundlagenstreit, blieb aber, nach formal-axiomatischer Absicherung, allgemeines Verfahren der Mathematik.

Im gleichen Jahr, als van der Waerdens „Moderne Algebra“ erschien, setzte eine Veröffentlichung von Kurt Gödel der Grundlagenforschung einen entscheidenden Einschnitt[38]). Gödel bewies, daß jedes formale System, das so reichhaltig ist, daß es die klassische Zahlentheorie umfaßt, unvollständig ist insofern, als es in diesem System Aussagen gibt, die sich weder beweisen noch widerlegen lassen. Damit ist der

---

[34]) „Über Zerlegungen von Zahlen durch ihre größten gemeinsamen Teiler“ (1897), Werke II, 103–147, „Über die von drei Moduln erzeugte Dualgruppe“ (1900), Werke II, 236–271. Vgl. dazu Mehrtens, H., **Die Entstehung der Verbandstheorie,** Hildesheim 1979, besonders Kap. 2.

[35]) Waerden, B.L. van der, „Geleitwort“, in Dedekind, R., **Über die Theorie der ganzen algebraischen Zahlen,** Braunschweig 1964, iv. Es handelt sich dabei um eine Separatausgabe des XI. Supplements zu Dirichlets Vorlesungen (Anm. 22).

[36]) Waerden, B.L. van der, **Moderne Algebra,** 2 Bde, Berlin 1930–31, seit der vierten Auflage 1955 unter dem Titel **Algebra.**

[37]) Hilbert, D., „Die Theorie der algebraischen Zahlkörper“, **Jber. DMV** 4 (1894/95) (erschienen 1897), 175–546.

Weg Dedekinds in gewissem Sinne abgebrochen. Er wollte ja aus elementaren Denkgesetzen, sozusagen durch ein formales System aufbauend auf elementarer Logik, die ganze auf Zahlen bezogene Mathematik begründen. Ein solches System aber, das hat Gödel bewiesen, kann nicht die ganze Welt der Aussagen über Zahlen erfassen. Sie ist so reichhaltig, daß sie mit unseren formal-mathematischen Mitteln nicht vollständig zu erschließen ist.

Zugleich aber ist das Gödelsche Theorem und die darauf aufbauende Entwicklung auch eine Bestätigung der Philosophie Dedekinds. Denn es zeigt sich, daß jedes formale System sich als arithmetische Theorie fassen läßt. In diesem Sinne, im formallogischen Denken, sind die Zahlen fundamental. Hier sind wir „Zahlen-Menschen".

Ich will zum Abschluß einige Worte zum Menschen Richard Dedekind sagen, der nicht nur Mathematiker war. Mich hat er zu Anfang vor allem wohl fasziniert, weil in seinen Werken die Kraft einer einheitlichen, vollen Persönlichkeit zu spüren ist. Die Zeugnisse über sein Privatleben verstärken diesen Eindruck. „Unendlich bescheiden, liebenswürdig, mittheilsam", so charakterisiert ihn ein Kollege[39]). Diese Züge kennzeichnen auch seine Briefe, sein Verhältnis zu Kollegen. Es gibt Abweichungen dort, wo er zäh und fast dogmatisch in der Mathematik seine Standpunkte verteidigt, wie er auch im privaten Bereich lieber bescheiden sich selbst zurücknimmt, einem Thema ausweicht, als daß er von seinem Standpunkt abweicht. Hier kommt eine Eigenschaft zum Ausdruck, die mich am stärksten beeindruckt hat, die Konstanz seiner Persönlichkeit, etwas emphatisch gesagt, seine Beständigkeit. In der Wissenschaft blieb er seinen Prinzipien und seinem Gegenstand, den Zahlen, treu bis zum Ende seines Lebens.

Gefunden hat er diesen Boden in seinen Göttinger Jahren als Privatdozent. „Hier in Göttingen ist der zweite Theil meiner Erziehung vollendet" schreibt Dedekind in einem Brief[40]). Dirichlet, sein Freund und Lehrer, war für diese Erziehung bestimmend, und Dedekind schreibt später voller Dankbarkeit:

„Ich fühle mich ihm so verpflichtet, wie kaum einem anderen Menschen; täglich, wenn ich meinen Schülern in unumstößlicher Sicherheit und Schlagfertigkeit gegenüberstehe, bedenke ich, dass ich das ihm verdanke. Mein Gehirn habe ich zwar auch genug angestrengt, aber ich zweifle doch, ob ich je genug Energie dazu gehabt hätte, wenn nicht dieser einzige Mensch so in mein Schicksal eingegriffen hätte."[41])

Daß Dedekinds Hauptwerk immer ein Supplement zu Dirichlets Vorlesungen geblieben ist, mag ein Ausdruck dieser beständigen Verbundenheit sein.

---

[38]) Gödel, K., „Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I", **Monatshefte f. Math. u. Physik** 38 (1931), 173–198. Für eine eindrucksvolle popularisierende Darstellung des Gödelschen Resultats und seiner Implikationen für die Grenzen und Möglichkeiten formaler Systeme und künstlicher Intelligenz vgl. Hofstadter, R., **Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid,** New York 1979.

[39]) H. A. Schwarz in einem Brief an Weierstrass, Dugac (Anm. 15), 144.

[40]) An seine Schwester Julie 1857, Scharlau, W., „Aus Briefen Richard Dedekinds an seine Familie", Ms. 1981, 11.

[41]) Brief an die Schwester Mathilde 1859, ebd. 14 f.

Jener zweite Göttinger „Teil seiner Erziehung“ war eine Erweiterung, kein Umbruch seiner Entwicklung. Seinem Elternhaus, seiner Heimatstadt, seinen Bindungen der frühen Jahre ist er ebenso treu geblieben. Aus Göttingen und Zürich schrieb er während der zwölf Jahre, die er von Braunschweig fort war, regelmäßig mit viel Liebe und Offenheit Briefe an seine Familie, immer abwechselnd an die Schwestern und die Eltern[42]). Als er dann 1862 an das Polytechnikum seiner Heimatstadt zurückgekehrt war, widmete er sich mit viel Energie und Ausdauer nicht nur der Lehre und der Forschung, sondern auch der Entwicklung der Hochschule. Sicher wäre er gern in die wissenschaftlich viel anregendere Atmosphäre einer Universität gekommen, doch die Treue zur Heimat und zur Familie war stärker. In seinen Ablehnungsschreiben ist der offizielle Grund durchweg das gebotene Gehalt, aber aus Anlaß einer Berufung nach Halle schreibt er an Georg Cantor:

„Vor allem versichere ich Sie nochmals, dass, da die Gehaltsfrage sich vermutlich hätte regeln lassen, meine Ablehnung nur den einzigen Grund hat, den ich Ihnen angegeben habe. Es ist mir immer deutlicher geworden, dass ich mich unmöglich von meiner jetzt zweiundachtzigjährigen Mutter trennen kann, die bei vollkommener geistiger Frische den Mittelpunkt unseres Familienglücks bildet, und **Jeder**, der unsere Verhältnisse kennt, ist derselben Meinung.“[43])

Die Bindung an die Familie war tief. Dedekind war nie verheiratet, er lebte bis zu deren Tode 1914 mit seiner Schwester Julie zusammen. Zwei Jahre nach ihr starb er selbst.

Auch seiner Musik ist er treu geblieben. Er war ein guter Cellist, hat sich dann in Göttingen gezwungen, das Quartettspiel aufzugeben, um Zeit zur Arbeit zu haben[44]). Immer aber, bis zu seinem Lebensende, hat er Klavier gespielt. Daß auch hier sein Geschmack früh gefestigt und dann beständig war, schilderte der Freund und Kollege Hans Sommer, der selbst als Komponist sich an der neuen Musik Wagners orientierte[45]). Dedekind aber fand Wagner abstoßend, zum mindesten langweilig. Zwischen Sommer und Dedekind wurde über diese Musik nicht mehr gesprochen. Er selbst blieb seinen Lieblingskomponisten von Mozart bis Schumann treu.

Auch über Politik, schreibt Sommer, wurde nicht gesprochen, weil man verschiedener Meinung war. Wenn sich in seinen Briefen auch fast keine politischen Äußerungen finden, erscheint Dedekind doch als ein Konservativer, geprägt auch von den liberalen Elementen seiner Heimat und Jugend. In einem Brief schreibt er 1867, in dem Jahr der Gründung des norddeutschen Bundes:

„Es ist immer recht angenehm, der siegenden Partei anzugehören, und bei den Wandlungen der letzten Jahre ist es mir klar geworden, das in dieser Annehmlichkeit,

[42]) Die Briefe befinden sich im Privatbesitz von Frau Ilse Dedekind, Auszüge bei Scharlau (Anm. 40).

[43]) Dugac (Anm. 15), 247.

[44]) Brief an die Schwester Mathilde 1855, Privatbesitz, teilw. bei Scharlau (Anm. 40), 3 f.

[45]) Zincke, H. (genannt Sommer), „Erinnerungen an Richard Dedekind“, **Braunschweigisches Magazin** 22 (1916), 73–81.

bewusst oder unbewusst, für viele Menschen der einzige Regulator ihrer Meinungen enthalten ist. In Erwartung einer besseren Zeit, wo man den absoluten Militärstaat nicht mehr für die höchste und glücklichste Entwicklung unseres politischen Lebens halten wird, ziehe ich mich vorläufig von dem doch unfruchtbaren Streit zurück.“[46])

Auch an dieser Stelle ein Rückzug vom Streit der Meinungen, zugleich der Unterton, daß sich an der siegreichen Partei zu orientieren seine Sache nicht ist. Ein Verehrer Preußens war er gewiß nicht, er war Braunschweiger, ein wenig provinziell vielleicht, aber angesichts des preußischen Militär- und Obrigkeitsstaates auf sehr angenehme Art.

Ein merkwürdiger Zug Dedekinds soll noch erwähnt werden, seine Buchführung des eigenen Lebens. Er schrieb regelmäßig Tagebücher, ein spätes ist erhalten und in der Ausstellung zu sehen[47]). Anhand dieser Tagebücher wohl hat er die genauen Daten erhalten, die in seinen Werken und Schriften immer wieder zu finden sind, und die als Prioritätsanspruch mißverstanden wurden[48]). Mir scheint, daß es Dedekind vor allem darum ging, seine mathematischen Prinzipien verständlich zu machen, und die Geschichte seiner eigenen Arbeit ist ein Stück davon. Darum erzählt er sie, und die „Buchführung“ des eigenen Lebens mag ihm ein Mittel gewesen sein, die Einheit seiner Persönlichkeit zu stärken. Denn, will man ihn charakterisieren, bei allem Respekt vor der Eigenart und den Geheimnissen eines fremden Lebens, so ist vielleicht der Ausdruck Hans Sommers am geeignetsten:

„Einer in sich gefesteten Familie entsprossen, war seine Persönlichkeit gefestet durch Erziehung sowohl, wie durch eigene Anschauungen und unerschütterliche Grundsätze. Hohe Gaben des Geistes und des Herzens, auch seltene Liebenswürdigkeit und Menschenfreundlichkeit waren ihm zu eigen. Über alles aber: Er ist stets sich selber treu geblieben.“[49])

---

[46]) Dugac (Anm. 15), 171.
[47]) Gerke/Harborth (Anm. 5), 690.
[48]) Z. B. durch Hilbert, vgl. Dugac (Anm. 15), 270 f.
[49]) Zincke (Anm. 45), 81.